| الجامعة اللبنانية | مباراة دخول | السبت في ١٥ تموز ٢٠١٧ |
|---|---|---|
| كلية العلوم الاقتصادية | للعام : ٢٠١٧-٢٠١٨ | |
| وادارة الاعمال | فرع إدارة الأعمال | |
| عدد المسائل: اربع | مسابقة في مادة الرياضيات | الاسم: |
| | المدة: ساعتان | الرقم: |

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.

- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه ( دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

**I- (4 points)**

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, en justifiant, la réponse qui lui correspond.

| N° | Questions | Réponses a | b | c |
|---|---|---|---|---|
| 1 | L'équation $(e^x-1)(e^x+2)=0$ admet | deux solutions réelles | aucune solution réelle | une solution réelle |
| 2 | L'ensemble des solutions de l'inéquation $x(-1+\ln x)<0$ est | $]0\,;+\infty[$ | $]0\,;e[$ | $]1\,;+\infty[$ |
| 3 | f est une fonction définie sur $]0\,;1[\cup]1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{-1+\ln x}{(\ln x)^2}$. Une primitive de f est F où F(x) = | $\dfrac{\ln x}{x}$ | $1+\ln x$ | $\dfrac{x}{\ln x}$ |
| 4 | La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x+\dfrac{2e^x}{e^x+1}$ admet, en $+\infty$, une asymptote d'équation | $y=x+2$ | $y=x+1$ | $y=x$ |

**II- (4 points)**

Un restaurant propose à ses clients la formule suivante: un plat du jour et le choix d'un dessert (une tarte ou une glace) avec ou sans café.
Un client peut choisir une tarte ou une glace. Il peut ne rien choisir mais jamais les deux à la fois.
On a remarqué que :

50% des clients prennent une glace.
30% des clients prennent une tarte.
20% des clients ne prennent pas de dessert.
Parmi les clients ayant pris une glace, 80% prennent un café.
Parmi les clients ayant pris une tarte, 60% prennent un café.
Parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90% prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On considère les événements suivants :

G : « le client prend une glace » T : « le client prend une tarte »
N : « le client ne prend pas de dessert » C : « le client prend un café »

1) a- Calculer les probabilités $P(G\cap C)$ et $P(T\cap C)$.
b- Vérifier que $P(C)=0,76$.
2) a- Vérifier que $P(\overline{C}\cap\overline{G})=0,14$.
b- Sachant que le client n'a pas pris un café, calculer la probabilité qu'il ne prenne pas une glace.
3) Une glace est vendue à 4 000 LL, une tarte à 4 000 LL et un café à 3 000 LL.
Chaque client prend un plat et un seul au prix unique de 18 000 LL.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée en LL par un client dans ce restaurant.
a- Vérifier que les quatre valeurs possibles de X sont : 18 000 ; 21 000 ; 22 000 et 25 000.
b- Démontrer que $P(X=22000)=0,22$ et calculer $P(X=25000)$.



**III- (4 points)**

Le premier janvier 2015, Nadim dépose dans une banque une somme de $x$ LL à un taux d'intérêts annuel de 6% avec capitalisation annuelle des intérêts. De plus, au premier janvier des années suivantes et après la capitalisation des intérêts, Nadim ajoute sur ce compte la somme de 1 800 000 LL. On pose $U_0=x$ et pour tout entier naturel n, on appelle $U_n$ le montant de ce compte, le premier janvier de l'année (2015 + n).

1) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $U_{n+1}=1,06\,U_n+1\,800\,000$.
2) On pose $V_n=U_n+30\,000\,000$ pour tout entier naturel n.
a- Vérifier que la suite $(V_n)$ est géométrique dont on déterminera la raison. Exprimer son premier terme en fonction de $x$.
b- Exprimer $U_n$ en fonction de $x$ et de n.
3) Calculer la valeur de $x$ pour que ce compte atteigne 197 245 852,8 LL le premier janvier 2019.

**IV- (8 points)**

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=x-1-2\ln x$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et déduire une asymptote à (C).
b- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
3) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux racines 1 et $\alpha$. Vérifier que $3,5<\alpha<3,52$.
4) Calculer f(5) et f(7) puis construire (C).
5) Exprimer, en fonction de $\alpha$, l'aire $A(\alpha)$ du domaine limité par la courbe (C) et l'axe des abscisses.
6) Soit g la fonction définie par $g(x)=\ln(-f(x))$.
a- Déterminer le domaine de définition de g.
b- Dresser le tableau de variations de g.