الجامعة اللبنانية
كلية العلوم الاقتصادية
وإدارة الأعمال

مباراة دخول – إدارة الأعمال

السبت ٢١ تموز ٢٠١٨

مسابقة في مادة الرياضيات — الاسم:
المدة : ساعتان — الرقم:

I- (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner en justifiant la réponse qui lui correspond.

Numéro de la question	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	Si $C^{2}_{n^2+n}=1$ alors $n=$	1	2	3
2	Pour tout réel x on a: $\ln(1+e^{-x})-\ln(1+e^{x})=$	0	$-x$	x
3	L'ensemble solution de l'inéquation $(e^{x}-1)(1-e^{-x})>0$ est:	$\mathbb{R}$	$]-\infty;1]$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
4	(Δ)et (Δ')sont deux droites parallèles. A, B, C et D sont 4 points de (Δ)et I et J sont 2 points de (Δ'). Le nombre de triangles qu'on peut former avec les 6 points A, B, C, D, I et J est :	16	C_6^3	$C_2^1\times C_4^2$

II- (4 points)

On considère 3 urnes U, V et W. L'urne U contient 3 boules rouges et 2 boules noires, l'urne V contient 2 boules rouges et 3 boules noires et l'urne W contient 3 boules rouges et 3 boules noires.

Partie A

Une expérience aléatoire consiste à tirer une boule de U : Si elle est rouge, on la met dans V et si elle est noire on la met dans W **et à la fin** on tire deux boules: une de V et une de W.

On considère les deux évènements suivants:

- R : « la boule tirée de U est rouge »
- C : « la boule tirée de V est rouge et celle tirée de W est aussi rouge »

1) Calculer les probabilités $P(R)$ et $P\left(C/R\right)$ et vérifier que $P(C\cap R)=\frac{3}{20}$.

2) Vérifier que $P(C)=\frac{153}{700}$ puis calculer $P\left(\overline{R}/C\right)$.

Partie B

Dans cette partie on met toutes les boules des trois urnes U, V et W dans une même urne T puis on tire au hasard et simultanément trois boules de T.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges tirées.

1) Calculer $P(X=0)$ et $P(X\leq 1)$.

2) Calculer $P\left(X\leq 2/X\geq 1\right)$.

III- (4 points)

A une certaine date, Fadi a déposé dans une banque une somme de 20 000 000 LL à un taux d'intérêt annuel de 9 % avec capitalisation mensuelle des intérêts. Chaque mois, et après capitalisation des intérêts, Fadi retire 300 000 LL pour payer le loyer.

Pour tout entier $n\geq 0$, on note u_n la somme que Fadi possède dans cette banque après n mois.

Ainsi $u_0=20000000$.

1) Calculer u_1 puis vérifier que $u_{n+1}=1{,}0075u_n-300000$.

2) Soit la suite (v_n) définie pour tout entier $n\geq 0$ par $v_n=u_n-40000000$.

   a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,0075 puis déterminer le premier terme v_0.

   b- Montrer que $u_n=20\,000\,000\times\left[2-(1{,}0075)^n\right]$.

   c- Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

3) Le taux d'intérêt annuel de 9% proposé par la banque n'est pas suffisant à Fadi pour payer le loyer pour 8 ans. Quelle somme d'argent lui manque-t-il? Justifier.

IV- (8 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=1-xe^{x-1}$.

1) Déterminer $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2) Montrer que $f'(x)=-(x+1)e^{x-1}$ et dresser le tableau de variations de f.

3) Calculer f(1) puis étudier, suivant les valeurs de x, le signe de f(x).

Partie B

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=x+1+(1-x)e^{x-1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Etudier, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (D).

   b- Déterminer $\lim_{x\to-\infty}g(x)$.

   c- Montrer que la droite (D) d'équation $y=x+1$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

2) Montrer que $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

3) Montrer que $g'(x)=f(x)$ puis dresser le tableau de variations de g.

4) Déterminer les coordonnées du point A de (C) où la tangente (T) est parallèle à (D).

5) (C) coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses α et β où $\alpha<-1$ et $\beta>2$.

   a- Tracer (D), (T) et (C).

   b- On désigne par $A(\alpha)$ l'aire du domaine limité par (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x=\alpha$ et $x=1$. Démontrer que: $2<A(\alpha)<\frac{1}{2}\left(2+\frac{1}{e}\right)^2$.