UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Beaux-Arts et d'Architecture
- Le doyen -

الجامعة اللبنانية
كلية الفنون الجميلة والعمارة
– العمادة –

مباراة الدخول الى معهد الفنون الجميلة للعام 2019-2020

قسم الهندسة المعمارية   مسابقة في الرياضيات (فرنسي)   المدة: ساعتان

Toutes les Calculatrices sont interdites.

Exercice I. Choisir une seule réponse avec Justification. ▶ **10 × 1.5** points

Dans l'exercice suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Écrire clairement la bonne réponse et l'entourer en $\boxed{\text{cadre}}$. Puis, justifier votre réponse. *Chaque réponse sans justification n'est pas prise en considération.*

1. Dans l'espace Oxyz, on donne le plan (P) d'équation $2x - 2y + z - 1 = 0$ et la droite (D) définie par $\begin{cases} x = \frac{t}{2} - 1 \\ y = 1 - t \\ z = t + 2, \end{cases}$ avec t un paramètre réel. L'angle entre la droite (D) et le plan (P) est égale à :
   ▶ $\arcsin \frac{8}{9}$ ▶ $\arcsin \frac{17}{9}$ ▶ $\arccos \frac{8}{9}$ ▶ $\arcsin \frac{9}{8}$.

2. Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 10. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. Alors la probabilité, parmi les trois boules tirées qu'il y a exactement 1 boule tirée porte un nombre impair et deux boules tirées portent des nombres paires, est :
   ▶ $\frac{1}{8}$ ▶ $\frac{5}{12}$ ▶ $\frac{5}{6}$ ▶ $\frac{6}{5}$.

3. On considère la fonction réelle $g(x) = \dfrac{1}{1 + e^{-x}}$. En étudiant la variation de g, alors g est :
   ▶ strictement croissante sur $\mathbb{R}$, et admet deux asymptotes horizentales $y = 0$ et $y = 1$.
   ▶ croissante sur $\mathbb{R}^+$, et admet deux asymptotes $y = \frac{1}{2}$ et $y = 0$.
   ▶ strictement croissante sur $\mathbb{R}$, et admet deux asymptotes $y = 0$ et $x = 0$.

4. Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation suivante (E) : $z^3 - (1 + 2i)z^2 + (1 + i)z - 2(1 + i) = 0$. On sait que (E) admet une racine $z_1 = 1 + i$, les deux autres racines, z_2 et z_3, sont :
   ▶ $z_2 = -i, z_3 = i + 2$ ▶ $z_2 = i, z_3 = 2i$ ▶ $z_2 = -i, z_3 = 2i$ ▶ $z_2 = z_3 = -i$.

5. Soient (P) et (Q) deux plans définis par les équations, (P) :$x+y+z = 1$ et (Q) :$2x-y+3z = 0$. Soit (R) un plan passant par le point A(1,1,1) et perpendiculaires aux plans (P) et (Q). L'équation du plan (R) est donnée par :
   ▶ $-4x+y+3z+1 = 0$ ▶ $4x-y-3z = 0$ ▶ $2x-y-z = 0$ ▶ $4x-y+3z = 0$.

6. Dans le plan complexe, on donne le point M d'affixe $z = x + iy$; $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
   Soit $Z = \dfrac{z - \overline{z} + 2}{z + 1 - i}$. Si Z est un réel, alors M décrit :
   ▶ le cercle $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ▶ la droite $y = -x$ ▶ l'hyperbole $y = -\frac{1}{x}$
   ▶ l'hyperbole $xy = 1$.

7. On utilise un dé pipé (non parfait) à six faces numérotées de 1 à 6. Lorsqu'on lance le dé, **la probabilité d'apparition du face 1 est 0.8**, les autres cinq faces de 2 à 6 sont équiprobables, alors la probabilité d'obtenir un nombre impair est :
   ▶ **0.88** ▶ **0.80** ▶ **0.84** ▶ **0.82**.

8. La fonction réelle $f(x) = \ln(\ln(\ln x^2))$ est définie sur :
   ▶$]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ ▶ $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{e}, -1, 0, 1, \sqrt{e}\}$ ▶$]-\infty, -\sqrt{e}[\cup]\sqrt{e}, +\infty[$ ▶ $\mathbb{R}^*$.

9. Si $x > 0$ et $J(x) = \int_x^{x+1} \frac{dt}{1+t}$, alors $J(x)$ appartient à l'intervalle :
▶$]\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+1}[$ ▶$]\frac{1}{x+1}, \frac{1}{x}[$ ▶$]x, x+1[$ ▶$]0, +\infty[$.

10. Soit n un entier naturel **paire** et $I_n = \int_0^{\pi} (\sin^n t)\, dt$. Si on a la relation de réccurence $nI_n = (n-1)I_{n-2}$, alors I_0 et I_6 sont égales à :
▶ $I_0 = \pi, I_6 = \frac{5\pi}{6}$ ▶ $I_0 = \pi, I_6 = \frac{15\pi}{48}$ ▶ $I_0 = \pi, I_6 = \frac{15\pi}{24}$ ▶ $I_0 = \pi, I_6 = \frac{5\pi}{48}$.

Exercice II. **CHOISIR UNE SEULE RÉPONSE <u>SANS</u> JUSTIFICATION.** ▶ 25 points

Recopier le tableau, selon le modèle donné ci-dessous, sur votre feuille de réponse en remplissant par la bonne réponse, sans faire <u>*aucune*</u> justification.

Numéro du Question	réponse choisie
Q1	
Q2	
⋮	
Q25	

Q1. Le plan $3x + y + z - 1 = 0$ et la droite $\frac{x}{2} = \frac{1-y}{2} = \frac{-z}{2}$:
▶ sont parallèles ▶ sont perpendiculaires ▶ se coupent ▶ sont confondus.

Q2. La parabole $y^2 = 4x - 1$ admet un sommet au point :
▶ $(\frac{1}{2}, 0)$ ▶ $(2, 1)$ ▶ $(\frac{1}{4}, 0)$ ▶ $(2, 3)$.

Q3. $x^2 + y^2 = 2x$ est un cercle de rayon :
▶ -1 ▶ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ▶ $\sqrt{2}$ ▶1.

Q4. Soit la suite réelle $\frac{-1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{3}{10}, \ldots$ alors le terme suivant est :
▶ $\frac{4}{11}$ ▶ $\frac{4}{13}$ ▶ $\frac{5}{12}$ ▶ $\frac{5}{13}$.

Q5. $\int \frac{\cos x}{2\sin x - 3}\, dx$ égale à :
▶ $\frac{1}{2}\ln(2\sin x - 3) + C$ ▶ $\frac{1}{2}\ln|2\sin x - 3| + C$ ▶ $\frac{1}{2}\ln|2\sin x| - 3$ ▶ $\ln|2\sin x - 3| + C$.

Q6. La droite $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{1}$ et l'axe des cotes z'z :
▶ sont non coplanaires ▶ se coupent ▶sont parallèles ▶ sont orthogonaux.

Q7. Si on joint les milieux des côtés d'un carré de 6 cm de longueur, alors l'aire du carré obtenue est :
▶ 9 cm^2 ▶ 12 cm^2 ▶ 16 cm^2 ▶ 18 cm^2.

Q8. Un angle dans un triangle mesure $30°$, et la différence entre les deux autres angles est $70°$, alors l'angle le plus large dans ce triangle mesure :
▶ $70°$ ▶ $110°$ ▶ $120°$ ▶ $40°$.

Q9. Soit la suite des nombres $-3, 0, 3, 6, 9, \ldots$ alors la somme de dix premiers termes est :
▶ 110 ▶ 105 ▶ 95 ▶ 90.

Q10. $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{\sqrt[3]{x^3 + 3}} =$
▶ 1 ▶ $\frac{2}{3}$ ▶ 0 ▶ -2.

Q11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} =$
► $+\infty$ ► 1 ► indeterminée ► $\frac{1}{4}$.

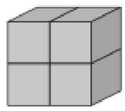
Q12. La solution générale non triviale de l'équation différentielle $y' - y\sin x = 0$ est :
► $Ce^{\sin x}$ ► $Ce^{\cos x}$ ► $Ce^{-\cos x}$ ► 0.

Q13. La fonction $y = x^x$ est croissante dans l'intervalle :
► $]0, +\infty[$ ► $]e, +\infty[$ ► $]\frac{1}{e}, +\infty[$ ► $[\frac{1}{e}, +\infty[$.

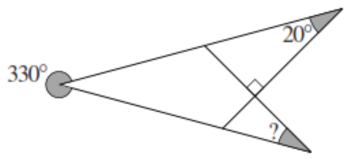
Q14. Un élève doit répondre à 10 de 13 questions dans un examen. Combien de manières différentes cet élève peut répondre, s'il **doit** répondre obligatoirement aux deux premiers questions :
► C_{13}^{10} ► C_{11}^{8} ► $C_{11}^{8} \cdot C_{11}^{2}$ ► C_{13}^{8}.

Q15. La fonction $y = \dfrac{\sqrt{1-x}}{x-2}$ admet comme asymptotes :
► $x = 0; y = 0$ ► $y = 0$ seulement ► $x = 2; y = 0$ ► $x = 2; y = 2$.

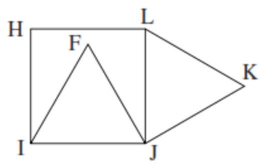
Q16. Le solide ci-contre est formé de 4 petits cubes identiques. La surface d'un petit cube est de 24 cm^2. Quelle est la surface du solide ?
► 80 cm^2 ► 64 cm^2 ► 40 cm^2 ► 32 cm^2.



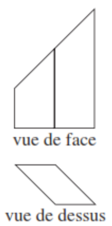
Q17. Avec les données de la figure ci-contre, combien devrait valoir l'angle (?) marqué d'un point d'interrogation ?
► $10°$ ► $40°$ ► $20°$ ► $30°$.

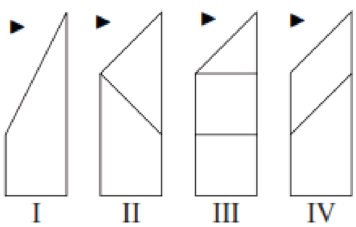


Q18. HIJL est un carré. Les triangles IJF et JKL sont équilatéraux. Si HL=1, combien vaut FK ?
► $\sqrt{2}$ ► $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ► $\sqrt{3}$ ► $\sqrt{6} - 1$.

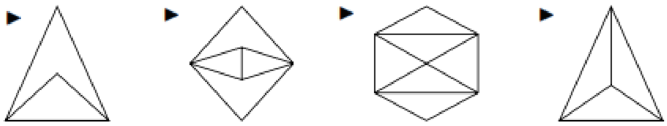


Q19. Les figures ci-contre représentent un solide vu de face et vu de dessus.
Parmi les quatre figures proposées, laquelle peut représenter ce solide vu de la gauche ?
► la figure I ► la figure II ► la figure III ► la figure IV.



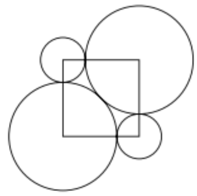


Q20. Laquelle des quatre figures suivantes ne peut pas se dessiner sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur le même segment ?

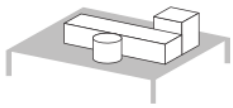


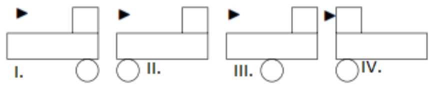
Q21. À partir de deux sommets opposés d'un carré, on trace deux grands cercles tangents de même rayon $\boldsymbol{R}$. À partir les deux autres sommets du carré, on trace deux autres petits cercles de rayon $\boldsymbol{r}$, tangents aux deux grands cercles. Combien vaut le rapport $\dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{r}}$?

► $\mathbf{2}$ ► $\sqrt{\mathbf{5}}$ ► $\mathbf{1+\sqrt{2}}$ ► $\mathbf{0.8\pi}$.



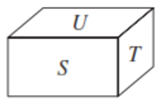
Q22. Il y a trois objets sur la table. Que vois-tu quand tu regardes la table d'au-dessus ?





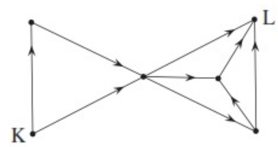
Q23. Les faces d'une brique rectangulaire ont des aires égales à $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{T}$ et $\boldsymbol{U}$ (voir figure). Quel est le volume de la brique ?

► $\boldsymbol{STU}$ ► $\sqrt{\boldsymbol{STU}}$ ► $\sqrt{\boldsymbol{ST+TU+US}}$ ► $\sqrt[3]{\boldsymbol{STU}}$.



Q24. Tu dois aller de K à L en suivant les flèches (voir figure). Combien de trajets différents peux-tu utiliser ?

► $\mathbf{6}$ ► $\mathbf{8}$ ► $\mathbf{9}$ ► $\mathbf{10}$.



Q25. Huit demi-cercles de même rayon sont dessinés dans un carré de côté 4 (voir figure). Combien mesure l'aire laissée en blanc dans le carré ?

► $\mathbf{2\pi}$ ► $\mathbf{8}$ ► $\boldsymbol{\pi}+\mathbf{6}$ ► $\mathbf{3\pi-2}$.