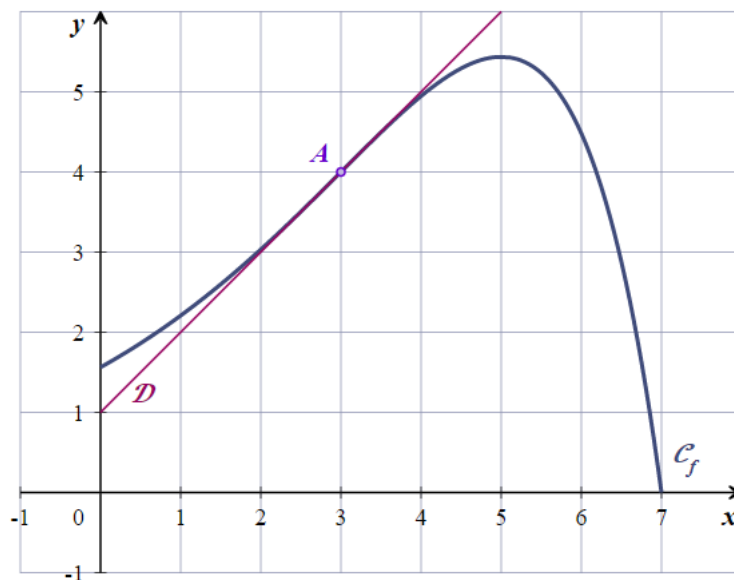


Problème 1. (60 pts)

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0; 7]$ par $f(x) = (ax + b)e^{0,5x-1,5}$, où a et b sont deux nombres réels. On admet que la fonction f est deux fois dérivable. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.

La courbe représentative C_f de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.

La droite \mathcal{D} est tangente à la courbe C_f au point A .



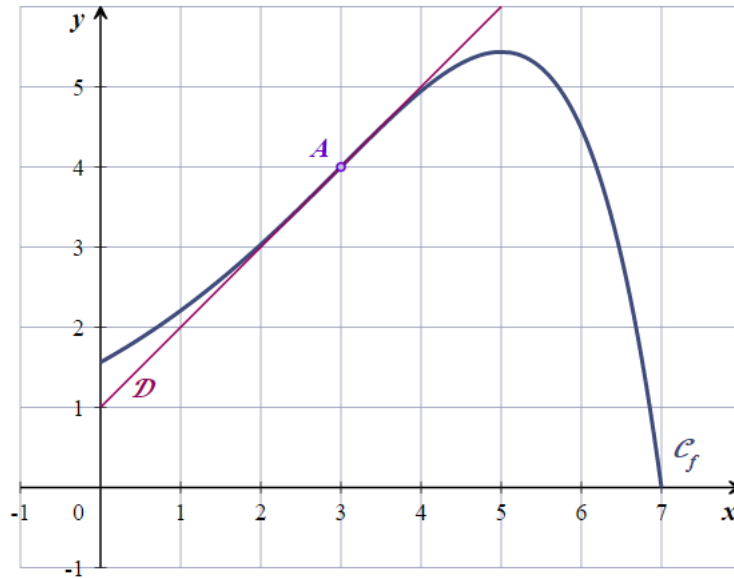
1. Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(3)$ et $f'(3)$.
 2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 7]$, on a $f'(x) = (0,5ax + a + 0,5b)e^{0,5x-1,5}$.
 3. (a) Déduire des deux questions précédentes, en résolvant un système, que $a = -1$ et $b = 7$.
(b) Donner les expressions de $f(x)$ et de $f'(x)$.
 4. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$.
(b) En déduire le tableau des variations de la fonction f sur ce même intervalle.
 5. Montrer que dans l'intervalle $[5; 7]$, l'équation $f(x) = 4$ admet une deuxième solution α .
 6. Définitions (convexité d'une fonction).
 - On dit qu'une fonction f est convexe sur un intervalle I si $f''(x) \geq 0 \forall x \in I$.
 - On dit qu'une fonction f est concave sur un intervalle I si $f''(x) \leq 0 \forall x \in I$.
- (a) Montrer que $f''(x) = \frac{(3-x)e^{\frac{x}{2}}}{4}$.
- (b) Etudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$.

Problem 1. (60 pts)

Let f be a function defined over the interval $[0; 7]$ by $f(x) = (ax + b)e^{0.5x-1.5}$, where a and b are two real numbers. We admit that the function f is twice differentiable. We denote by f' its derivative and f'' its second derivative.

The representative curve C_f of the function f is given below in an orthonormal coordinate system.

Line \mathcal{D} is tangent to curve C_f at point A .



1. By graphical reading, give the values of $f(3)$ and $f'(3)$.
 2. Show that for any real x of the interval $[0; 7]$, we have $f'(x) = (0.5ax + a + 0.5b)e^{0.5x-1.5}$.
 3. (a) Deduce from the two previous questions, by solving a system, that $a = -1$ and $b = 7$.
(b) Give the expressions of $f(x)$ and of $f'(x)$.
 4. (a) Study the sign of $f'(x)$ over the interval $[0; 7]$.
(b) Deduce the table of variations of the function f over this same interval.
 5. Show that in the interval $[5; 7]$, the equation $f(x) = 4$ admits a second solution α .
 6. Definitions (convexity of a function).
 - We say that a function f is convex over an interval I if $f''(x) \geq 0 \forall x \in I$.
 - We say that a function f is concave over an interval I if $f''(x) \leq 0 \forall x \in I$.
- (a) Show that $f''(x) = \frac{(3-x)e^{\frac{x-3}{2}}}{4}$.
- (b) Study the convexity of the function f over the interval $[0; 7]$.

مباراة الدخول للعام الجامعي 2021-2022

مدة الامتحان: ساعة ونصف

مسابقة في الثقافة المتخصصة / اختصاص علم البيانات

Problème 2. (20 pts)

1. Après avoir déterminé le domaine de définition, résoudre l'équation

$$\ln(2x + 1) - \ln(x + 3) = 1.$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x} + e^x} = -2$$

Problème 3. (20 pts)

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres, sachant que la répétition des chiffres est autorisée.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. Combien de codes différents peut-on former ?
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ?
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
4. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts (sans répétition) ?

مباراة الدخول للعام الجامعي 2021-2022

مدة الامتحان: ساعة ونصف

مسابقة في الثقافة المتخصصة / اختصاص علم البيانات

Problem 2. (20 pts)

1. After determining the domain of definition, solve the equation

$$\ln(2x + 1) - \ln(x + 3) = 1.$$

2. Solve in \mathbb{R} the equation

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x} + e^x} = -2$$

Problem 3. (20 pts)

A 9-key keypad allows you to dial the entry code of a building, using a letter followed by a 3-digit number, knowing that repetition of digits is authorized.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. How many different codes can we form?
2. How many codes are there without the number 1?
3. How many codes have the number 1 at least once?
4. How many codes are there with distinct digits (without repetition)?