

Répondre aux questions suivantes:

Exercice 1

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $]-\infty ; +\infty[$ par $g(x) = xe^x - 1$

- 1) Calculer les limites de g aux bornes ouvertes de son domaine de définition.
- 2) Calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g .
- 3) a- Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une racine unique α sur $\mathbb{R}$ et vérifier que : $0,5 < \alpha < 0,58$.
b- Déduire le signe de $g(x)$

Partie B :

Soit la fonction f définie sur $]-\infty ; +\infty[$ par $f(x) = (x-1)(e^x-1)$, on désigne par (C) sa courbe représentative dans un système orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique = 2cm).

- 1) a- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et montrer que la droite $(d) : y = -x+1$ est une asymptote à (C) .
b- Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (d) .
- 2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et calculer $f(2)$.
- 3) Démontrer que $f'(x) = g(x)$ puis dresser le tableau de variation de f . (on prend $f'(x) < 0$ pour $x < \alpha$).
- 4) Montrer que la fonction f admet un point d'inflexion I dont les coordonnées sont à déterminer.
- 5) (T) est parallèle à (d) et tangente à (C) en A . Calculer les coordonnées de A .
- 6) Vérifier que $f(\alpha) = 2 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$.
- 7) Prendre $\alpha = 0.57$ et tracer (d) et (C) .

Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne la pression artérielle d'un groupe de femmes, ainsi que leur poids.

Poids en Kg, x_i	55	58	60	64	65	70
Pression artérielle, y_i	13.2	13.5	13.8	14.6	15.2	15.8

1. Calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$.
2. Représenter, dans un repère orthonormé, le nuage des points associé à cette série, ainsi que le point moyen G .
3. a. Calculer la covariance des variables x_i et y_i .
b. Calculer les variances des variables x_i et y_i .
c. Calculer le coefficient de corrélation des variables x_i et y_i et interpréter le résultat.
4. a. Déterminer l'équation de la droite de régression $D_{Y/X}$ de Y en fonction de X .
b. Tracer $D_{Y/X}$ dans le même système orthonormé.
5. Si ce modèle est vrai pour les femmes pesant entre 45 et 75 kg, estimer la pression d'une dame pesant 72 kg.

Exercice 3

Une urne contient 3 pièces équilibrées. Deux d'entre elles sont normales : elles possèdent un côté « Pile » et un côté « Face ». La troisième est truquée et possède deux côtés « Face ».

On prend une pièce au hasard dans l'urne et on effectue de manière indépendante des lancers successifs de cette pièce. On considère les événements suivants :

B : la pièce prise est normale. $\bar{B}$: la pièce prise est truquée.

P : on obtient « Pile » au premier lancer.

F_n : on obtient « Face » pour les n premiers lancers. :

- 1) Quelle est la probabilité de l'évènement B ?
- 2) Quelle est la probabilité de l'évènement P sachant que B est réalisé ?
- 3) Calculer la probabilité de l'évènement $P \cap B$, puis de l'évènement $P \cap \bar{B}$. En déduire la probabilité de l'évènement P .
- 4) Calculer la probabilité de l'évènement $F_n \cap B$ puis de l'évènement $F_n \cap \bar{B}$. En déduire la probabilité de l'évènement F_n .